

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: ЧУМАЧЕНКО ТАТЬЯНА АЛЕКСАНДРОВНА  
Должность: РЕКТОР  
Дата подписания: 23.06.2022 14:01:59  
Уникальный программный ключ:  
9c9f7aaffa4840d284abe156657b8f85432bdb16



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ЮУГПУ»)**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.О	Алгебра

Код направления подготовки	44.03.05
Направление подготовки	Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика. Информатика
Уровень образования	бакалавр
Форма обучения	очная

Разработчики:

Должность	Учёная степень, звание	Подпись	ФИО
И.о. заведующего кафедрой			Шумакова Екатерина Олеговна

Рабочая программа рассмотрена и одобрена (обновлена) на заседании кафедры (структурного подразделения)

Кафедра	Заведующий кафедрой	Номер протокола	Дата протокола	Подпись
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	10	13.06.2019	
Кафедра математики и методики обучения математике	Шумакова Екатерина Олеговна	1	10.09.2020	

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	3
2. Трудоемкость дисциплины (модуля) и видов занятий по дисциплине (модулю) .....	5
3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....	7
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	20
5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) .....	21
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	32
7. Перечень образовательных технологий .....	34
8. Описание материально-технической базы .....	35

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Дисциплина «Алгебра» относится к модулю обязательной части Блока 1 «Дисциплины/модули» основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (уровень образования бакалавр). Дисциплина является обязательной к изучению.

1.2 Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 з.е., 468 час.

1.3 Изучение дисциплины «Алгебра» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися следующих дисциплин: «Вводный курс математики», «Элементарная математика».

1.4 Дисциплина «Алгебра» формирует знания, умения и компетенции, необходимые для освоения следующих дисциплин: «Абстрактная и компьютерная алгебра», «выполнение и защита выпускной квалификационной работы», «Дискретная математика», «История математики», «Математическая логика», «Методика обучения и воспитания (математика)», «Практикум по элементарной алгебре», «Теория чисел», «Теория функций комплексного и действительного переменного», «Числовые системы», для проведения следующих практик: «производственная практика (педагогическая)», «учебная практика (по математике и информатике)».

1.5 Цель изучения дисциплины:

Изучить основные структуры алгебры, воспитать общую алгебраическую культуру, необходимую будущему учителю для глубокого понимания, как основного школьного курса математики, так и школьных факультативных курсов

1.6 Задачи дисциплины:

1) развивать и совершенствовать математические умения, решать основные типы задач базового и профильного уровней школьного курса алгебры

2) расширять и углублять знания о приемах поиска решения теоретико-числовых задач, общих и частных методах решения задач различной сложности, в том числе задач ОГЭ и ЕГЭ

3) способствовать формированию умений и навыков самостоятельной математической деятельности

4) развивать представления об алгебре как части человеческой культуры и цивилизации, как форме описания и методе познания действительности

1.7 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

№ п/п	Код и наименование компетенции по ФГОС	
	Код и наименование индикатора достижения компетенции	
1	ОПК-8 способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК.8.1 Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения научного знания для осуществления педагогической деятельности.
		ОПК.8.2 Уметь проектировать и осуществлять педагогическую деятельность с опорой на специальные научные знания.
		ОПК.8.3 Владеть технологиями осуществления педагогической деятельности на основе научных знаний.
2	ПК-1 способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по преподаваемому предмету в профессиональной деятельности	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения
		ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса
		ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач

№ п/п	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Образовательные результаты по дисциплине
1	ОПК.8.1 Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения научного знания для осуществления педагогической деятельности.	3.1 Знает историю, теорию, закономерности и принципы построения алгебры, содержание программ по алгебре для осуществления педагогической деятельности.

2	ОПК.8.2 Уметь проектировать и осуществлять педагогическую деятельность с опорой на специальные научные знания.	У.1 Умеет проектировать и осуществлять педагогическую деятельность с опорой на математические факты, методы, алгоритмы.
3	ОПК.8.3 Владеть технологиями осуществления педагогической деятельности на основе научных знаний.	В.1 Владеет основными законами логики, культурой построения алгебраических моделей с целью решения средствами алгебры тех или иных задач педагогической деятельности.
1	ПК.1.1 Знает содержание, особенности и современное состояние, понятия и категории, тенденции развития соответствующей профилю научной (предметной) области; закономерности, определяющие место соответствующей науки в общей картине мира; принципы проектирования и реализации общего и (или) дополнительного образования по предмету в соответствии с профилем обучения	3.2 Знает основные положения алгебры, ее идеи и методы, систему основных алгебраических структур и соответствующие системы аксиом, важнейшие методы доказательства теорем, роль и место алгебры в системе других математических дисциплин; принципы проектирования и реализации общего и дополнительного образования по математике в соответствии с профилем обучения
2	ПК.1.2 Умеет применять базовые научно-теоретические знания по предмету и методы исследования в предметной области; осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения предмету (предметной области) в различных формах организации образовательного процесса	У.2 Умеет выбрать нужную алгебраическую структуру в качестве модели задачи, применить соответствующий алгоритм для ее решения, реализовать соответствующие методы при доказательстве теорем, осуществляет отбор содержания, методов и технологий обучения математике в различных формах организации образовательного процесса
3	ПК.1.3 Владеет практическими навыками в предметной области, методами базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач	В.2 Владеет систематизированными основными положениями и практическими навыками в области математики при доказательстве теорем и решении задач профессиональной деятельности

**2. ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) И ВИДОВ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
(МОДУЛЮ)**

Наименование раздела дисциплины (темы)	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Итого часов
	Л	ПЗ	CPC	
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>100</b>	<b>92</b>	<b>168</b>	<b>360</b>
<b>Первый период контроля</b>				
<b>Векторные пространства и матрицы</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>58</b>	<b>96</b>
Системы линейных уравнений.	2	2	6	10
Матрицы	2	2	6	10
Алгебраические структуры	2	2	6	10
Поле комплексных чисел	2	2	8	12
Линейное векторное пространство. Линейная зависимость	2	2	4	8
Подпространство, свойства. Базис пространства.	2		4	6
База и ранг системы векторов.	2	2	6	10
Исследование системы линейных уравнений.	2		4	6
Пространство решений однородной СЛУ	2	2	4	8
Координаты вектора в разных базисах		2	6	8
Сумма подпространств	2	2	4	8
<b>Теория определителей</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>28</b>	<b>48</b>
Перестановки. Определение определителя	2	2	4	8
Свойства определителя	2	2	8	12
Формула обратной матрицы	2	2	6	10
Квадратные СЛУ, формулы Крамера	2	2	6	10
Базисный минор, ранг матрицы	2	2	4	8
Итого по видам учебной работы	30	28	86	144
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Экзамен				36
<b>Итого за Первый период контроля</b>				<b>180</b>
<b>Второй период контроля</b>				
<b>Линейные отображения векторных пространств</b>	<b>14</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>34</b>
Гомоморфизм векторных пространств	2	2		4
Свойства матрицы гомоморфизма	2		2	4
Собственные векторы эндоморфизма	2	2		4
Собственные векторы матрицы	2	2	2	6
Евклидово пространство	2	2	2	6
Матрица евклидова пространства	2	2		4
Симметрические преобразования	2	2	2	6
<b>Группы и кольца</b>	<b>16</b>	<b>14</b>	<b>8</b>	<b>38</b>
Группы, примеры	2			2
Сопряжение. Подгруппы	2	2	2	6
Циклические группы	2	2	2	6
Понятие изоморфизма, гомоморфизма групп	2	2	2	6
Кольцо. Идеалы кольца	2	2		4
Кольцо целостности. Кольцо главных идеалов	2			2
Евклидово кольцо	2	4	2	8
Поле частных в области целостности	2	2		4
Итого по видам учебной работы	30	26	16	72
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Экзамен				36
<b>Итого за Второй период контроля</b>				<b>108</b>
<b>Третий период контроля</b>				
<b>Полиномы от одной и нескольких переменных</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>30</b>	<b>64</b>
Кольцо полиномов $K[x]$	2	2	2	6

Деление полиномов с остатком	2		2	4
Наибольший общий делитель полиномов над полем	2	2	4	8
Кратные множители полинома	2	2	4	8
Критерий существования общего делителя положительной степени	2	4	4	10
Основная теорема алгебры	2		4	6
Кольцо полиномов от нескольких переменных	2	2	4	8
Лексикографический порядок	2		2	4
Симметрические полиномы	2	4	4	10
<b>Полиномы над полями <math>Q</math>, <math>R</math> и <math>C</math> и кольцом <math>Z</math></b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	<b>44</b>
Целые и рациональные корни полинома над $Z$	2	2	2	6
Полиномы над полем действительных чисел	2	2	2	6
Решение кубических уравнений	2	2	8	12
Решение уравнений четвертой степени	2	2	8	12
Границы вещественных корней	2	2	4	8
Итого по видам учебной работы	28	26	54	108
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Дифференцированный зачет				
<b>Итого за Третий период контроля</b>				<b>108</b>
<b>Четвертый период контроля</b>				
<b>Расширение полей и алгебраические числа</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>36</b>
Простое расширение поля	2	2	2	6
Конечные расширения полей	2	2	2	6
Алгебраическое расширение поля	2	4	2	8
Алгебраическое замыкание числового поля	2		2	4
Разрешимость уравнений в радикалах	2	2	2	6
Построение с помощью циркуля и линейки	2	2	2	6
Итого по видам учебной работы	12	12	12	36
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Экзамен				36
<b>Итого за Четвертый период контроля</b>				<b>72</b>
<b>Пятый период контроля</b>				
Итого по видам учебной работы				
<b>Форма промежуточной аттестации</b>				
Курсовая работа				
<b>Итого за Пятый период контроля</b>				

**3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ  
(РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА  
АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ**

**3.1 Лекции**

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Векторные пространства и матрицы</b>  <i>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</i> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>20</b>
1.1. Системы линейных уравнений. Определение системы линейных уравнений, метод исключения неизвестных, алгоритм Жордана-Гаусса. Учебно-методическая литература: 3, 4, 7	2
1.2. Матрицы Понятие матрицы, операции над матрицами, свойства. Пространство матриц $M(m, n, F)$ . Виды квадратных матриц. Понятие обратной матрицы, единственность, вычисление обратной матрицы по методу Гаусса. Матричные уравнения. Учебно-методическая литература: 3, 7	2
1.3. Алгебраические структуры Бинарные операции. Понятие группы, кольца, поля. Свойства. Примеры Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.4. Поле комплексных чисел Геометрическая интерпретация. Модуль комплексного числа, свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Корни $n$ -ой степени. Группа корней $n$ -ой степени из 1. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.5. Линейное векторное пространство. Линейная зависимость Определение линейного пространства. Пример арифметического $n$ -мерного пространства. Простейшие свойства. Линейная комбинация векторов. Линейная оболочка. Линейная зависимость, свойства. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.6. Подпространство, свойства. Базис пространства. Подпространство, свойства. Базис пространства. Теорема Штейница, следствия. Размерность пространства, эквивалентные определения. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.7. База и ранг системы векторов. База системы векторов, максимальная линейно независимая подсистема, свойства. Ранг системы векторов, вычисление ранга и базы системы векторов арифметического пространства. Ранг матрицы. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.8. Исследование системы линейных уравнений. Исследование системы линейных уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Геометрическая интерпретация критерия разрешимости СЛУ. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
1.9. Пространство решений однородной СЛУ Пространство решений однородной СЛУ, фундаментальная система решений. Структура множества решений СЛУ, понятие многообразия. Учебно-методическая литература: 3	2
1.10. Сумма подпространств Сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств, критерий прямой суммы. Учебно-методическая литература: 3	2
<b>2. Теория определителей</b>  <i>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</i> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>10</b>

2.1. Перестановки. Определение определителя Перестановки. Функция четности, свойства. Определение определителя, определитель 2-го, 3-го порядков, определитель диагональной матрицы. Простейшие свойства. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
2.2. Свойства определителя Свойства определителя: антисимметричность, инвариантность; линейность; равноправие столбцов и строк. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строкам и столбцам. Учебно-методическая литература: 3, 4, 7	2
2.3. Формула обратной матрицы Присоединенная матрица. Формула обратной матрицы. Определитель Вандермонда Учебно-методическая литература: 3, 4	2
2.4. Квадратные СЛУ, формулы Крамера Квадратные СЛУ, формулы Крамера. Определитель произведения матриц. Критерий невырожденности матрицы. Линейная зависимость системы матриц. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
2.5. Базисный минор, ранг матрицы Базисный минор, ранг матрицы. Теорема о базисном миноре, следствия. Учебно-методическая литература: 3	2
<b>3. Линейные отображения векторных пространств</b>	<b>14</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
3.1. Гомоморфизм векторных пространств Определение гомоморфизма векторных пространств, свойства. Пространство гомоморфизмов HomF(X, Y). Матрица гомоморфизма. Теорема о представлении гомоморфизма. Учебно-методическая литература: 3	2
3.2. Свойства матрицы гомоморфизма Определение гомоморфизма векторных пространств, свойства. Пространство гомоморфизмов HomF(X, Y). Матрица гомоморфизма. Теорема о представлении гомоморфизма. Учебно-методическая литература: 3	2
3.3. Собственные векторы эндоморфизма Ядро и образ гомоморфизма, теорема о ранге и дефекте. Исследование систем линейных уравнений. Собственные векторы эндоморфизма, свойства. Учебно-методическая литература: 3	2
3.4. Собственные векторы матрицы Собственные векторы матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду. Примеры. Многочлены от матриц. Теорема Кели-Гамильтона. Учебно-методическая литература: 3	2
3.5. Евклидово пространство Евклидово пространство, свойства: неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника. Угол между векторами. Процесс ортогонализации Учебно-методическая литература: 3	2
3.6. Матрица евклидова пространства Матрица евклидова пространства. Матрица ортогонального преобразования, матричный критерий. Группа ортогональных преобразований Учебно-методическая литература: 3	2
3.7. Симметрические преобразования Симметрические преобразования, матричный критерий. Примеры. Теорема о вещественности собственных значений симметрической матрицы над R. Основной критерий симметрического преобразования. Теорема об ортогональной приводимости симметрической матрицы к диагональному виду. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
<b>4. Группы и кольца</b>	<b>16</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3) ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1)	
4.1. Группы, примеры Группы, простейшие свойства, примеры. Группы перестановок, группы матриц Учебно-методическая литература: 3, 4	2

4.2. Сопряжение. Подгруппы Определение сопряженных элементов, сопряженных подгрупп. Классы сопряженных элементов. Определение подгруппы, примеры, сопряженные подгруппы. Порядок элемента и его свойства. Подгруппы, порожденные множеством элементов. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.3. Циклические группы Циклические группы: определение, примеры. Группа корней из единицы. Подгруппы циклических групп. Порядок элемента группы, свойства. Структурная теорема о циклических группах Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.4. Понятие изоморфизма, гомоморфизма групп Понятие изоморфизма, гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме групп. Теорема Кели. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Инвариантные подгруппы, свойства. Фактор-группа. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.5. Кольцо. Идеалы кольца Кольца, простейшие свойства, примеры. Подкольцо. Идеалы кольца, смежные классы по идеалу, примеры Сравнения по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема о гомоморфизме колец Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.6. Кольцо целостности. Кольцо главных идеалов Кольцо целостности. Простые и составные элементы, свойства Область целостности. Критерий ассоциированности элементов. Кольцо главных идеалов (КГИ). Свойство простых элементов в КГИ. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.7. Евклидово кольцо Евклидовы кольца. Кольцо целых гауссовых чисел. НОД и НОК в кольце главных идеалов, определение, правила нахождения, примеры. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.8. Поле частных в области целостности Поле частных области целостности. Изоморфизм полей частных. Поле рациональных чисел. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
<b>5. Полиномы от одной и нескольких переменных</b>	<b>18</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
5.1. Кольцо полиномов $K[x]$ Кольцо полиномов. Степень полинома, свойства. Деление полинома на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера. Разложение полинома по степеням двучлена Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.2. Деление полиномов с остатком Теорема о числе корней полинома над кольцом целостности. Деление полиномов с остатком над полем. Теорема о разложимости полинома над полем на неприводимые множители Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.3. Наибольший общий делитель полиномов над полем Наибольший общий делитель полиномов над полем. Алгоритм Евклида Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.4. Кратные множители полинома Функциональное представление полиномов. Формальная производная полиномов над полем. Кратные неприводимые множители полинома над полем, кратные корни Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.5. Критерий существования общего делителя положительной степени Критерий существования общего делителя положительной степени полиномов над полем. Результант. Примитивные полиномы. Лемма Гаусса. Факториальность кольца полиномов над факториальным кольцом. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.6. Основная теорема алгебры Вспомогательные предложения о модуле комплексного числа и его свойствах, лемма Даламбера. Формулировка и доказательство основной теоремы алгебры, ее следствия. Учебно-методическая литература: 3, 4	2

5.7. Кольцо полиномов от нескольких переменных Кольцо полиномов от нескольких переменных. Степень многочлена, свойства. Нормальное представление полинома от n переменных Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.8. Лексикографический порядок Лексикографический порядок в кольце полиномов . Лемма о высшем элементе произведения полиномов. Симметрические полиномы, формулы Виета Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.9. Симметрические полиномы Свойство высшего элемента симметрического полинома. Теорема о порождающем множестве кольца симметрических полиномов. Теорема о значении симметрического полинома на корнях заданного многочлена Учебно-методическая литература: 3, 4	2
<b>6. Полиномы над полями Q, R и C и кольцом Z</b>	<b>10</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
6.1. Целые и рациональные корни полинома над Z Целые и рациональные корни полинома над Z. Критерий неприводимости Эйзенштейна Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	2
6.2. Полиномы над полем действительных чисел Полиномы над полем вещественных чисел, неприводимые полиномы Учебно-методическая литература: 3	2
6.3. Решение кубических уравнений Решение кубических уравнений, формулы Кардано. Исследование корней кубического уравнения Учебно-методическая литература: 3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	2
6.4. Решение уравнений четвертой степени Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
6.5. Границы вещественных корней Нахождение границ вещественных корней. Метод Штурма. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
<b>7. Расширение полей и алгебраические числа</b>	<b>12</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
7.1. Простое расширение поля Простое расширение поля: алгебраическое, трансцендентное. Минимальный полином алгебраического элемента, его свойства. Строение простого алгебраического расширения. Примеры простых расширений. Учебно-методическая литература: 3	2
7.2. Конечные расширения полей Конечные поля, свойства. Конечные расширения полей, теорема о составном конечном расширении поля. Учебно-методическая литература: 3	2
7.3. Алгебраическое расширение поля Алгебраическое расширение поля. Теорема о простоте составного алгебраического расширения. Учебно-методическая литература: 3	2
7.4. Алгебраическое замыкание числового поля Алгебраическое замыкание числового поля. Теорема об алгебраической замкнутости алгебраического замыкания числового поля. Учебно-методическая литература: 3	2

7.5. Разрешимость уравнений в радикалах Разрешимость уравнений в радикалах. Необходимые условия разрешимости в квадратных радикалах неприводимого полинома над полем. Критерий разрешимости в квадратных радикалах кубического уравнения. Учебно-методическая литература: 3	2
7.6. Построение с помощью циркуля и линейки Построение с помощью циркуля и линейки. Задачи квадратуры круга, удвоения куба, трисекции угла, построение правильного n-угольника. Учебно-методическая литература: 3	2

### 3.2 Практические

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема и содержание	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Векторные пространства и матрицы</b>	<b>18</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
1.1. Системы линейных уравнений. Равносильные преобразования систем уравнений. Метод исключения неизвестных, алгоритм Жордана-Гаусса Учебно-методическая литература: 2, 6	2
1.2. Матрицы Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение двух матриц. Свойства операций. Вычисление обратной матрицы. Решение матричных уравнений Учебно-методическая литература: 2, 6	2
1.3. Алгебраические структуры Бинарные операции. Понятие группы, кольца, поля. Примеры Учебно-методическая литература: 1, 6	2
1.4. Поле комплексных чисел Геометрическая интерпретация. Модуль комплексного числа, свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Корни n-ой степени. Группа корней n-ой степени из 1. Учебно-методическая литература: 1, 6	2
1.5. Линейное векторное пространство. Линейная зависимость Линейное пространство, определение, примеры, свойства. Подпространство, определение, примеры, свойства. Линейная оболочка системы векторов. Выяснение линейной зависимость системы векторов Учебно-методическая литература: 2, 6	2
1.6. База и ранг системы векторов. Вычисление ранга системы векторов арифметического пространства. Ранг матрицы Учебно-методическая литература: 2, 6	2
1.7. Пространство решений однородной СЛУ Определение разрешимости систем линейных уравнений, выявление количества решений системы. Построение пространства решений однородной СЛУ, поиск фундаментальной системы решений Учебно-методическая литература: 2	2
1.8. Координаты вектора в разных базисах Поиск координат вектора в различных базисах. Матрица перехода между базисами. Учебно-методическая литература: 2	2
1.9. Сумма подпространств Построение суммы и пересечение подпространств. Поиск базиса суммы и пересечения подпространств Учебно-методическая литература: 2	2
<b>2. Теория определителей</b>	<b>10</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	

2.1. Перестановки. Определение определителя Перестановки и подстановки, функция четности. Действия с подстановками. Вычисление определителей 2 и 3 порядка по определению Учебно-методическая литература: 2, 6	2
2.2. Свойства определителя Вычисление определителей 3 и 4 порядков, использование свойств. Методы вычислений определителя n-го порядка Учебно-методическая литература: 2, 5, 6	2
2.3. Формула обратной матрицы Вычисление обратной матрицы, решение матричных уравнений Учебно-методическая литература: 2, 6	2
2.4. Квадратные СЛУ, формулы Крамера Решение квадратных систем линейных уравнений по формулам Крамера, критерий существования решения. Учебно-методическая литература: 2, 6	2
2.5. Базисный минор, ранг матрицы Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров Учебно-методическая литература: 2, 6	2
<b>3. Линейные отображения векторных пространств</b>	<b>12</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
3.1. Гомоморфизм векторных пространств Определение гомоморфизма векторных пространств, примеры. Составление матрицы гомоморфизма Учебно-методическая литература: 2	2
3.2. Собственные векторы эндоморфизма Матрица эндоморфизма в различных базисах. Ядро и образ гомоморфизма. Нахождение собственных значений и собственных векторов эндоморфизма Учебно-методическая литература: 2, 6	2
3.3. Собственные векторы матрицы Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы, приведение к диагональному виду. Учебно-методическая литература: 2, 6	2
3.4. Евклидово пространство Евклидово пространство. Метод ортогонализации системы векторов. Учебно-методическая литература: 2	2
3.5. Матрица евклидова пространства Ортогональное приведение матрицы к диагональному виду Учебно-методическая литература: 2	2
3.6. Симметрические преобразования Решение геометрических задач в евклидовом пространстве: расстояние от точки до линейного многообразия, ортогональная проекция вектора на подпространство Учебно-методическая литература: 2	2
<b>4. Группы и кольца</b>	<b>14</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3) ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1)	
4.1. Сопряжение. Подгруппы Простейшие свойства групп. Таблицы Кели групп малого порядка. Определение сопряженных элементов, сопряженных подгрупп. Классы сопряженных элементов. Поиск подгрупп, сопряженные подгруппы. Порядок элемента и его свойства. Взаимосвязь порядков группы, подгруппы, элемента. Учебно-методическая литература: 1, 6	2
4.2. Циклические группы Примеры циклических групп. Группа корней n-ой степени из 1. Подгруппы циклической группы конечного порядка. Взаимосвязь порядков, построение решетки подгрупп. Учебно-методическая литература: 1, 6	2

4.3. Понятие изоморфизма, гомоморфизма групп Морфизмы подгрупп: гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм, эндоморфизм. Построение отображений. Нормальные подгруппы. Фактор-группа, таблицы Кели Учебно-методическая литература: 6	2
4.4. Кольцо. Идеалы кольца Простейшие свойства колец. Подкольцо. Простые и составные элементы кольца целостности. Идеалы колец. Построение фактор-кольца Учебно-методическая литература: 1, 6	2
4.5. Евклидово кольцо Евклидовы кольца. Кольцо целых гауссовых чисел. Алгоритм Евклида. Вычисление НОД и НОК в кольце главных идеалов. Линейное разложение НОД. Учебно-методическая литература: 1, 5, 6	4
4.6. Поле частных в области целостности Кольцо целых чисел и поле рациональных чисел. Контрольная работа по группам и кольцам Учебно-методическая литература: 1, 5, 6	2
<b>5. Полиномы от одной и нескольких переменных</b>	<b>16</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
5.1. Кольцо полиномов $K[x]$ Строение кольца полиномов от одной переменной. Деление полиномов. Теорема Безу и схема Горнера Учебно-методическая литература: 1, 5	2
5.2. Наибольший общий делитель полиномов над полем НОД, НОК полиномов, алгоритм Евклида. Линейное разложение НОД полиномов Учебно-методическая литература: 1, 5	2
5.3. Кратные множители полинома Разложение многочлена на множители. Кратные множители, кратные корни многочлена Учебно-методическая литература: 1, 5	2
5.4. Критерий существования общего делителя положительной степени Результант. Решение систем уравнений с двумя неизвестными Учебно-методическая литература: 1, 5	4
5.5. Кольцо полиномов от нескольких переменных Полиномы от многих переменных, разложение на неприводимые множители, нормальное представление и лексикографический порядок Учебно-методическая литература: 1, 5	2
5.6. Симметрические полиномы Симметрические полиномы. Представление симметрических полиномов через основные симметрические полиномы. Приложения теории симметрических полиномов Учебно-методическая литература: 1, 5	4
<b>6. Полиномы над полями <math>Q</math>, <math>R</math> и <math>C</math> и кольцом <math>Z</math></b>	<b>10</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
6.1. Целые и рациональные корни полинома над $Z$ Полиномы над полем $Q$ и кольцом $Z$ , разложение на неприводимые множители. поиск целых и рациональных корней многочлена. Учебно-методическая литература: 1, 5	2
6.2. Полиномы над полем действительных чисел Полиномы над полем $R$ и $C$ , разложение на неприводимые множители. Учебно-методическая литература: 1, 5	2
6.3. Решение кубических уравнений Решение уравнений третьей степени, формулы Кардано Учебно-методическая литература: 1	2
6.4. Решение уравнений четвертой степени Решение уравнений четвертой степени. Метод Феррари Учебно-методическая литература: 1	2

6.5. Границы вещественных корней Отделение действительных корней многочлена. Метод Штурма Учебно-методическая литература: 1, 6	2
<b>7. Расширение полей и алгебраические числа</b>	<b>12</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
7.1. Простое расширение поля Алгебраические числа, минимальный полином. Строение простого алгебраического расширения, базис. Учебно-методическая литература: 1	2
7.2. Конечные расширения полей Построение конечных полей. Многочлен для суммы и произведения алгебраических элементов. Учебно-методическая литература: 1, 5	2
7.3. Алгебраическое расширение поля Задача освобождения от иррациональности в знаменателе Учебно-методическая литература: 1	4
7.4. Разрешимость уравнений в радикалах Необходимые условия разрешимости в квадратных радикалах неприводимого полинома над полем. Критерий разрешимости в квадратных радикалах кубического уравнения Учебно-методическая литература: 1 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	2
7.5. Построение с помощью циркуля и линейки Примеры задач на построение с помощью циркуля и линейки. Учебно-методическая литература: 1	2

### 3.3 СРС

Наименование раздела дисциплины (модуля)/ Тема для самостоятельного изучения	Трудоемкость (кол-во часов)
<b>1. Векторные пространства и матрицы</b>	<b>58</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
1.1. Системы линейных уравнений. <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	6
1.2. Матрицы <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о приложениях матриц Научиться выполнять действия с матрицами Учебно-методическая литература: 3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	6
1.3. Алгебраические структуры <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада об истории введения понятий группы, кольца, поля Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	6

1.4. Поле комплексных чисел	8
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о возникновении комплексных чисел Научиться выполнять действия с комплексными числами, выучить формулы Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1</p>	
1.5. Линейное векторное пространство. Линейная зависимость	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3</p>	
1.6. Подпространство, свойства. Базис пространства.	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4</p>	
1.7. База и ранг системы векторов.	6
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3</p>	
1.8. Исследование системы линейных уравнений.	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Выучить теорему Кронекера-Капелли, рассмотреть геометрическую интерпретацию критерия разрешимости СЛУ. Учебно-методическая литература: 3</p>	
1.9. Пространство решений однородной СЛУ	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Выполнить индивидуальное задание по вариантам. Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3</p>	
1.10. Координаты вектора в разных базисах	6
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам. Выучить формулу, связывающую координаты вектора в разных базисах и алгоритм поиска матрицы перехода. Учебно-методическая литература: 3</p>	
1.11. Сумма подпространств	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам. Разобраться в определениях и доказательствах теорем. Алгоритм поиска размерностей суммы и пересечения подпространств. Учебно-методическая литература: 3</p>	
<b>2. Теория определителей</b>	<b>28</b>
<b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b>	
ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	
2.1. Перестановки. Определение определителя	4
<p><b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b></p> <p>Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3</p>	

2.2. Свойства определителя  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о методах вычисления определителей, о приложении теории определителей в геометрии Научиться вычислять определитель различными способами Учебно-методическая литература: 3, 7 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	8
2.3. Формула обратной матрицы  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	6
2.4. Квадратные СЛУ, формулы Крамера  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	6
2.5. Базисный минор, ранг матрицы  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 4	4
<b>3. Линейные отображения векторных пространств</b>  <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>8</b>
3.1. Свойства матрицы гомоморфизма  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	2
3.2. Собственные векторы матрицы  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Освоить метод приведения матрицы к диагональному виду  Учебно-методическая литература: 3	2
3.3. Евклидово пространство  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам. Выучить алгоритм метода ортогонализации. Подготовка доклада о решении геометрических задач в Евклидовом пространстве  Учебно-методическая литература: 3, 4, 7	2
3.4. Симметрические преобразования  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам  Учебно-методическая литература: 3	2
<b>4. Группы и кольца</b>  <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3) ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1)	<b>8</b>

4.1. Сопряжение. Подгруппы  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о истории введения понятия группы, кольца, поля; о классических группах матриц, разрешимых группах. Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.2. Циклические группы  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.3. Понятие изоморфизма, гомоморфизма групп  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о группе Галуа Учебно-методическая литература: 3, 4	2
4.4. Евклидово кольцо  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам. Подготовка доклада о сравнении по идеалу кольца, кольце целых Гауссовых чисел. Выучить алгоритм Евклида Учебно-методическая литература: 3, 4	2
<b>5. Полиномы от одной и нескольких переменных</b>  <i>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</i> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>30</b>
5.1. Кольцо полиномов $K[x]$  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	2
5.2. Деление полиномов с остатком  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
5.3. Наибольший общий делитель полиномов над полем  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	4
5.4. Кратные множители полинома  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	4
5.5. Критерий существования общего делителя положительной степени  <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Разобрать метод решения систем уравнений с двумя переменными с использованием результанта Учебно-методическая литература: 3	4

5.6. Основная теорема алгебры  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о подходах к доказательству основной теоремы алгебры и следствиях из нее Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	4
5.7. Кольцо полиномов от нескольких переменных  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам  Учебно-методическая литература: 3, 4	4
5.8. Лексикографический порядок  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам  Учебно-методическая литература: 3	2
5.9. Симметрические полиномы  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам. Выучить вывод формул Виета. Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам.  Учебно-методическая литература: 3	4
<b>6. Полиномы над полями <math>Q</math>, <math>R</math> и <math>C</math> и кольцом <math>Z</math></b>  <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>24</b>
6.1. Целые и рациональные корни полинома над $Z$  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3	2
6.2. Полиномы над полем действительных чисел  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
6.3. Решение кубических уравнений  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Выучить алгоритм решения уравнения 3 степени Учебно-методическая литература: 3	8
6.4. Решение уравнений четвертой степени  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Выучить алгоритм решения уравнения 4 степени  Учебно-методическая литература: 3	8
6.5. Границы вещественных корней  <b>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</b> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам. Выучить алгоритм построения полиномов Штурма Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	4
<b>7. Расширение полей и алгебраические числа</b>  <b>Формируемые компетенции, образовательные результаты:</b> ОПК-8: 3.1 (ОПК.8.1), У.1 (ОПК.8.2), В.1 (ОПК.8.3) ПК-1: 3.2 (ПК.1.1), У.2 (ПК.1.2), В.2 (ПК.1.3)	<b>12</b>

7.1. Простое расширение поля <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
7.2. Конечные расширения полей <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
7.3. Алгебраическое расширение поля <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Выполнить индивидуальное задание по вариантам Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
7.4. Алгебраическое замыкание числового поля <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка к контрольной работе и коллоквиуму по типовым вопросам Учебно-методическая литература: 3, 4	2
7.5. Разрешимость уравнений в радикалах <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка к коллоквиуму по типовым вопросам Подготовка доклада о разрешимости в квадратных радикалах различных задач Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	2
7.6. Построение с помощью циркуля и линейки <i>Задание для самостоятельного выполнения студентом:</i> Подготовка доклада о неразрешимых задачах на построение Учебно-методическая литература: 3, 4 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы: 1	2
<b>8. Курсовая работа</b> См. пункт 5.2.2	18 часов из трудоемкости CPC

#### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **4.1. Учебно-методическая литература**

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Ссылка на источник в ЭБС
<b>Основная литература</b>		
1	Куликов Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. М.: Просвещение, 1993. 288 с.	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=115408">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=115408</a>
2	Прокуряков И.В.. Сборник задач по линейной алгебре. Санкт-Петербург. Лань, 2010. 475с.	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=169845">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=169845</a>
3	Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие для пед. ин-тов по спец. «Математика», «Математика и физика», «Физика и математика» / Л.Я. Куликов. М.: Высшая школа, 1979. 559 с	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=125877">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=125877</a>
<b>Дополнительная литература</b>		
4	Кострикин А.И. Введение в алгебру. Учебник для вузов: в 3 частях, физматлит, 2001, 367с.	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=133652">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=133652</a>
5	Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел: учеб. пособие для студентов физ. мат. спец. вузов / Л.Б. Шнеперман. Минск.: Дизайн ПРО., 2000. 240 с.	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=169844">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=169844</a>
6	Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. Факториал, 1995. 351с.	<a href="http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=115821">http://elecat.cspu.ru/detail.aspx?id=115821</a>
7	Березина Н.А. Линейная алгебра: учебное пособие/ Саратов: Научная книга, 2012. 126 с.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/6293.html">http://www.iprbookshop.ru/6293.html</a>

##### **4.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

№ п/п	Наименование базы данных	Ссылка на ресурс
1	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<a href="http://school-collection.edu.ru">http://school-collection.edu.ru</a>

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 5.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС					
Код образовательного результата дисциплины	Текущий контроль				Промежуточная аттестация
	Доклад/сообщение	Коллоквиум	Контрольная работа по разделу/теме	Задача	
<b>ОПК-8</b>					
3.1 (ОПК.8.1)	+			+	+
У.1 (ОПК.8.2)			+	+	+
В.1 (ОПК.8.3)	+		+		+
<b>ПК-1</b>					
У.2 (ПК.1.2)	+	+	+	+	+
3.2 (ПК.1.1)	+	+	+	+	+
B.2 (ПК.1.3)	+	+	+	+	+

### 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

#### 5.2.1. Текущий контроль.

Типовые задания к разделу "Векторные пространства и матрицы":

##### 1. Доклад/сообщение

1. Истории введения понятия комплексного числа
2. Возникновение понятия группа, кольцо, поле
3. Использование матриц в экономике

Количество баллов: 5

##### 2. Задача

Выполнить действия с матрицами

Решить матричное уравнение

Выполнить действия с комплексными числами

Решить систему уравнений (методом Жордана-Гаусса)

Найти базу системы векторов и выразить векторы через базу

Найти обратную матрицу

Количество баллов: 18

### **3. Коллоквиум**

Определение векторного пространства, свойства. Арифметическое  $n$ -мерное пространство  $\mathbb{R}^n$ .  
Подпространство векторного пространства, свойства, примеры.  
Линейная зависимость, независимость системы векторов, свойства.  
Критерий линейной зависимости.  
Базис векторного пространства, теорема о разложении вектора по базису.  
Размерность векторного пространства, различные определения, их эквивалентность.  
Понятие базы и ранга системы векторов, элементарные преобразования системы.  
Матрица перехода для базисов. Координаты вектора в различных базисах  
Сумма подпространств  
Пересечение подпространств  
Системы линейных уравнений. Описание множества решений системы линейных уравнений, приведенной к единичному базису.  
Матрицы, операции сложения матриц, умножение на скаляр.  
Пространство матриц  $M(m, n, F)$ .  
Произведение матриц, свойства ассоциативности, дистрибутивности.  
Квадратные матрицы. Понятие обратной матрицы, единственность.  
Бинарные операции. Понятие группы, кольца, поля.  
Поле комплексных чисел.  
Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль комплексного числа, свойства.  
Сопряжение комплексных чисел.  
Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.  
Корни  $n$ -ой степени комплексного числа.  
Группа корней  $n$ -ой степени из 1. Геометрическая интерпретация  
Описание множества решений СЛУ  
Критерий совместности системы линейных уравнений.  
Однородная система линейных уравнений и пространство ее решений.  
Фундаментальная система ОСЛУ  
Количество баллов: 10

### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Выполнить действия с матрицами  
Решить матричное уравнение  
Выполнить действия с комплексными числами  
Решить систему уравнений (методом Жордана-Гаусса)  
Найти базу системы векторов и выразить векторы через базу  
Найти базис пространства  
Найти базис подпространства  
Найти базис суммы, пересечения подпространств  
Найти обратную матрицу  
Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Теория определителей":

#### **1. Доклад/сообщение**

Методы вычислений определителя  $n$ -го порядка  
Применение определителей в геометрических задачах  
Количество баллов: 5

#### **2. Задача**

Выполнить действия с подстановками  
Вычислить определитель 2,3,4 порядков  
Вычислить определитель, применяя свойства  
Решить систему уравнений (методом Крамера)  
Количество баллов: 9

### **3. Коллоквиум**

Перестановки и подстановки (определения). Свойства перестановок.

Сформулируйте определение определителя.

Выполните формулу вычисления определителя 2 порядка.

Выполните формулу вычисления определителя 3 порядка.

Определение определителя матрицы n-го порядка, простейшие свойства.

Свойство о равноправии строк и столбцов определителя.

Свойства определителя: антисимметричность, линейность, инвариантность.

Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Примеры

Теорема о разложении определителя по строкам и столбцам и ее следствия.

Присоединенная матрица. Формула обратной матрицы.

Формула Крамера для квадратных систем линейных уравнений

Определитель Вандермонда ( вывод формулы)

Теорема о полураспавшейся матрице

Теорема об определителе матриц

Критерий обратимости матриц

Теорема о невырожденной матрице

Теорема о базисном миноре

Количество баллов: 10

### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Выполнить действия с подстановками

Вычислить определитель 2,3,4 порядков

Вычислить определитель, применяя свойства

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Линейные отображения векторных пространств":

#### **1. Доклад/сообщение**

Решение геометрических задач в евклидовом пространстве

Вычисление углов между прямыми и плоскостями

Вычисление расстояний

Количество баллов: 5

#### **2. Задача**

Найти матрицу гомоморфизма

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

Привести заданную матрицу к диагональному виду

Количество баллов: 10

### **3. Коллоквиум**

Линейное отображение векторных пространств, примеры.

Матрица гомоморфизма и ее свойства

Произведение линейных отображений векторных пространств, его матрица.

Понятие обратного линейного отображения, его матрица.

Критерий обратимости линейного отображения.

Собственные векторы и собственные значения линейного отображения.

Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства.

Критерий приводимости матрицы к диагональному виду.

Ядро и образ линейного отображения, ранг и дефект

Евклидово пространство. Определение и примеры

Норма вектора и свойства (неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника)

Процесс ортогонализации.

Ортогональные линейные преобразования, критерий.

Матрица ортогонального преобразования. Матричный критерий.

Симметрические преобразования, матричный критерий.

Теорема о вещественности собственных значений симметрической матрицы

Количество баллов: 10

#### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Найти матрицу гомоморфизма

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

Найти собственные значения и собственные векторы гомоморфизма

Найти ортогональный базис подпространства

Проверить, является ли матрица ортогональной

Проверить, является ли матрица симметрической

Найти собственные векторы симметрической матрицы

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Группы и кольца":

##### **1. Доклад/сообщение**

Кольца: сравнение по идеалу

Целые Гауссова числа: операции над ними, вычисление наибольшего общего делителя.

Истории введения понятия группы

Истории введения понятия поля, кольца

Группы Галуа

Классические группы матриц

Разрешимые группы

Количество баллов: 5

##### **2. Задача**

Найти все подгруппы циклической группы

Найдите все гомоморфизмы циклической группы порядка  $n$  в себя и указать ядра и образы гомоморфизмов

Построить таблицу Кели кольца  $Z_n$  классов вычетов целых чисел по модулю  $n$

Найти смежные классы по инвариантной подгруппе

Найти обратимые элементы кольца

Выполнить действия с подстановками и найти их порядок

Найти классы сопряженных элементов и подгруппы для группы  $D_{\{2n\}}$

Количество баллов: 21

##### **3. Коллоквиум**

Понятие группы, простейшие свойства, примеры.

Порядок группы.

Бинарные операции и их свойства, примеры.

Определение кольца, свойства, примеры.

Кольцо классов вычетов.

Понятие подгруппы, подгруппа, порожденная множеством

Смежные классы.

Инвариантные подгруппы.

Фактор-группа по инвариантной подгруппе.

Теорема Лагранжа

Понятие циклической группы, примеры,

Подгруппы циклических групп.

Классы сопряженных элементов в группе, примеры

Группы перестановок, знакопеременная группа.

Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм групп.

Ядро и образ гомоморфизма

Определение кольца, свойства.

Подкольцо, свойства подколец.

Гомоморфизмы колец, ядро и образ гомоморфизмов.

Идеалы кольца.

Область целостности

Кольцо главных идеалов

Количество баллов: 10

#### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Проверить, является ли группой заданное множество относительно операции сложения, умножения

Найти подгруппы заданной группы

Построить таблицу Кели кольца  $Z_n$  классов вычетов целых чисел по модулю  $n$

Выполнить действия с подстановками и найти их порядок

Найти классы сопряженных элементов и подгруппы для группы  $D_{\{2n\}}$

Проверить, является ли кольцом заданное множество относительно операции сложения и умножения

Проверить, является ли полем заданное множество относительно операции сложения и умножения

Проверить, является ли  $I = \{a+bi \mid a, b \text{ из } Z\}$  идеалом в  $Z[i]$

Проверить, приводимы ли числа  $3i; i-5$  в  $Z[i]$

Найти НОД чисел 4675 и 2805 и его линейное выражение

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Полиномы от одной и нескольких переменных":

##### **1. Доклад/сообщение**

Основная теорема алгебры и ее следствия

подходы к доказательству основной теоремы алгебры

Количество баллов: 5

##### **2. Задача**

Найти НОД многочленов и его линейное выражение

Пользуясь схемой Горнера, разложить полином  $f(x)$  по степеням  $x - c$

Найти НОД и НОК многочленов

Найти такие значения  $a$  и  $\beta$ , при которых корень  $x = c$  имел бы кратность не ниже чем 2 у заданного многочлена

Выразите через основные симметрические многочлены многочлен

Количество баллов: 15

##### **3. Коллоквиум**

Построение кольца полиномов над коммутативным кольцом с единицей.

Степень полинома, его свойства.

Деление полиномов. Теорема Безу

Деление полинома на двучлен. Схема Горнера. Разложение полинома по степеням  $x - c$

Теорема о числе корней полинома над кольцом целостности.

Деление полинома с остатком над полем.

Наибольший делитель полиномов над полем. Алгоритм Евклида.

Теорема о кратном неприводимом множителе полинома над полем характеристики 0. Кратные корни.

Полиномы от многих переменных. Лемма о высшем элементе произведения полиномов

Симметрические полиномы. Формулы Виета.

Симметрические полиномы. Леммы о высшем члене симметрического полинома

Теорема о представлении симметрического полинома через основные симметрические полиномы.

Теорема о значении симметрического полинома на корнях многочлена.

Основная теорема алгебры

Количество баллов: 10

#### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Найти НОД и НОК многочленов

Найти кратность корня  $x=3$  для многочлена

Найти значение симметрического многочлена  $F(x_1, x_2, x_3)$  от корней многочлена  $f(x)$

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Полиномы над полями Q, R и C и кольцом Z":

##### **1. Задача**

Решить уравнение третьей степени по формулам Кардана

Решить уравнение четвертой степени методом Феррари

Количество баллов: 6

##### **2. Коллоквиум**

Теорема о неприводимом полиноме над кольцом  $Z$ .

Критерии Эйзенштейна.

Решение кубического уравнения, формула Кардана.

Решение уравнения четвёртой степени, метод Феррари.

Рациональные корни целочисленных полиномов.

Разложение полиномов над полем на неприводимые множители.

Неприводимые полиномы над полем  $R$

Количество баллов: 10

### **3. Контрольная работа по разделу/теме**

Решить уравнение третьей степени по формулам Кардана

Решить уравнение четвертой степени методом Феррари

Отделить действительные корни многочлена

Найти рациональные корни многочлена

Количество баллов: 10

Типовые задания к разделу "Расширение полей и алгебраические числа":

#### **1. Доклад/сообщение**

Неразрешимость задачи трисекции угла.

Задачи квадратуры круга и удвоения куба.

Неразрешимость задачи на построение правильного  $n$ -угольника.

Сведение задач на построение к задачам разрешимости алгебраических уравнений в квадратных радикалах.

Количество баллов: 5

#### **2. Задача**

Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.

Доказать, что  $a$  является алгебраическим над  $\mathbb{Q}$ . Найти степень и базис поля  $\mathbb{Q}(a)$ .

Найти ненулевой многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $a + \beta$ , если известны минимальные многочлены алгебраических чисел  $a$  и  $\beta$ .

Найти неприводимый многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $\beta$ , зависящее от  $a$ , если известен минимальный многочлен  $a$ .

Количество баллов: 12

#### **3. Коллоквиум**

Простое расширение поля. Минимальный полином, его свойства.

Конечное расширение поля, теорема о конечном составном расширении.

Построение конечных полей.

Структурная теорема о простом алгебраическом расширении.

Освобождение от иррациональности в знаменателе.

Составное алгебраическое расширение полей.

Алгебраическая замкнутость алгебраического замыкания числового поля.

Алгебраические замкнутые поля.

Теорема о простоте составного алгебраического расширения.

Разрешимость уравнений в радикалах.

Необходимые условия разрешимости в квадратных радикалах неприводимого полинома над полем.

Критерий разрешимости в квадратных радикалах кубического уравнения над  $\mathbb{R}$ .

Количество баллов: 10

#### **4. Контрольная работа по разделу/теме**

Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.

Доказать, что  $a$  является алгебраическим над  $\mathbb{Q}$ .

Найти степень и базис поля  $\mathbb{Q}(a)$  над  $\mathbb{Q}$ .

Найти ненулевой многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $a + \beta$ , если известны минимальные многочлены алгебраических чисел  $a$  и  $\beta$ .

Найти неприводимый многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $\beta$ , зависящее от  $a$ , если известен минимальный многочлен  $a$ .

Количество баллов: 10

#### **5.2.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ».

### **Первый период контроля**

#### **1. Экзамен**

Вопросы к экзамену:

1. Определение векторного пространства, свойства. Арифметическое  $n$ -мерное пространство  $\mathbb{R}^n$ .

2. Подпространство векторного пространства, свойства, примеры.

3. Линейная зависимость, независимость системы векторов, свойства.

4. Критерий линейной зависимости.

5. Базис векторного пространства, теорема о разложении вектора по базису.

6. Размерность векторного пространства, различные определения, их эквивалентность.

7. Понятие базы и ранга системы векторов, элементарные преобразования системы.

8. Матрица перехода для базисов. Координаты вектора в различных базисах

9. Сумма подпространств

10. Пересечение подпространств
11. Системы линейных уравнений. Описание множества решений системы линейных уравнений, приведенной к единичному базису.
12. Матрицы, операции сложения матриц, умножение на скаляр.
13. Пространство матриц  $M(m, n, F)$ .
14. Произведение матриц, свойства ассоциативности, дистрибутивности.
15. Квадратные матрицы. Понятие обратной матрицы, единственность.
16. Бинарные операции. Понятие группы, кольца, поля.
17. Поле комплексных чисел.
18. Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль комплексного числа, свойства.
19. Сопряжение комплексных чисел.
20. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
21. Корни  $n$ -ой степени комплексного числа.
22. Группа корней  $n$ -ой степени из 1. Геометрическая интерпретация
23. Описание множества решений СЛУ
24. Критерий совместности системы линейных уравнений.
25. Однородная система линейных уравнений и пространство ее решений.
26. Фундаментальная система ОСЛУ
27. Перестановки и подстановки (определения). Свойства перестановок.
28. Сформулируйте определение определителя.
29. Выведите формулу вычисления определителя 2 порядка.
30. Выведите формулу вычисления определителя 3 порядка.
31. Определение определителя матрицы  $n$ -го порядка, простейшие свойства.
32. Свойство о равноправии строк и столбцов определителя.
33. Свойства определителя: антисимметричность, линейность, инвариантность.
34. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Примеры
35. Теорема о разложении определителя по строкам и столбцам и ее следствия.
36. Присоединенная матрица. Формула обратной матрицы.
37. Формула Крамера для квадратных систем линейных уравнений
38. Определитель Вандермонда (вывод формулы)
39. Теорема о полураспавшейся матрице
40. Теорема об определителе матриц
41. Критерий обратимости матриц
42. Теорема о невырожденной матрице
43. Теорема о базисном миноре

Типовые практические задания:

1. Выполнить действия с матрицами
2. Решить матричное уравнение
3. Выполнить действия с комплексными числами
4. Решить систему уравнений (методом Жордана-Гаусса)
5. Найти базу системы векторов и выразить векторы через базу
6. Найти обратную матрицу
7. Выполнить действия с подстановками
8. Вычислить определитель 2,3,4 порядков
9. Вычислить определитель, применяя свойства
10. Решить систему уравнений (методом Крамера)
11. Выполнить действия с комплексными числами

## Второй период контроля

### 1. Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Линейное отображение векторных пространств, примеры. Матрица гомоморфизма.
2. Произведение линейных отображений векторных пространств, его матрица.
3. Понятие обратного линейного отображения, его матрица.
4. Собственные векторы и собственные значения линейного отображения.
5. Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства.
6. Критерий приводимости матрицы к диагональному виду.
7. Ядро и образ линейного отображения, ранг и дефект
8. Евклидово пространство.

9. Неравенство Коши-Буняковского.
10. Неравенство треугольника
11. Угол между векторами.
12. Процесс ортогонализации.
13. Ортогональные линейные преобразования, критерий.
14. Матрица ортогонального преобразования. Матричный критерий.
15. Симметрические преобразования, матричный критерий.
16. Теорема о вещественности собственных значений симметрической матрицы
17. Понятие группы, простейшие свойства, примеры.
18. Классические примеры групп
19. Порядок группы.
20. Бинарные операции и их свойства, примеры.
21. Определение кольца, свойства, примеры.
22. Кольцо классов вычетов.
23. Понятие подгруппы, подгруппа, порожденная множеством
24. Смежные классы.
25. Инвариантные подгруппы.
26. Фактор-группа по инвариантной подгруппе.
27. Теорема Лагранжа
28. Понятие циклической группы, примеры,
29. Подгруппы циклических групп.
30. Классы сопряженных элементов в группе, примеры
31. Группы перестановок, знакопеременная группа.
32. Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм групп.
33. Ядро и образ гомоморфизма
34. Группы перестановок, знакопеременная группа
35. Классы сопряженных элементов в группе, примеры
36. Определение кольца, свойства.
37. Подкольцо, свойства подколец.
38. Гомоморфизмы колец, ядро и образ гомоморфизмов.
39. Идеалы кольца.
40. Область целостности. Простые и составные элементы, свойства
41. Кольцо главных идеалов
42. Евклидовы кольца.
43. Кольцо целых гауссовых чисел.
44. НОД и НОК в кольце главных идеалов
45. Поле частных области целостности.

Типовые практические задания:

1. Найти матрицу гомоморфизма
2. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы
3. Привести заданную матрицу к диагональному виду
4. Найти ортогональный базис подпространства
5. Проверить, является ли матрица ортогональной
6. Проверить, является ли матрица симметрической
7. Найти собственные векторы симметрической матрицы
8. Проверить, является ли группой заданное множество относительно операции сложения, умножения
9. Найти подгруппы заданной группы
10. Найдите все гомоморфизмы циклической группы порядка  $n$  в себя и указать ядра и образы гомоморфизмов
11. Построить таблицу Кели кольца  $\mathbb{Z}_n$  классов вычетов целых чисел по модулю  $n$
12. Найти смежные классы по инвариантной подгруппе
13. Найти обратимые элементы кольца
14. Выполнить действия с подстановками и найти их порядок
15. Найти классы сопряженных элементов и подгруппы для группы  $D_{\{2n\}}$
16. Проверить, является ли кольцом или полем заданное множество относительно операции сложения и умножения
17. Проверить, является ли  $I = \{a+bi \mid a, b \text{ из } 5\mathbb{Z}\}$  идеалом в  $\mathbb{Z}[i]$
18. Проверить, приводимы ли числа  $3i; i-5$  в  $\mathbb{Z}[i]$
19. Найти НОД чисел 4675 и 2805 и его линейное выражение

### **Третий период контроля**

#### **1. Дифференцированный зачет**

Вопросы к зачету:

1. Определение кольца, свойства.
2. Гомоморфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизмов.
3. Построение кольца полиномов над коммутативным кольцом с единицей.
4. Степень полинома, её свойства.
5. Деление полиномов. Теорема Безу.
6. Деление полинома на двучлен. Схема Горнера.
7. Теорема о числе корней полинома над кольцом целостности.
8. Наибольший общий делитель полиномов над полем. Алгоритм Евклида.
9. Теорема о кратном неприводимом множителе полинома над полем характеристики 0.
10. Основная теорема алгебры.
11. Полиномы над полем  $Q$ . Критерии Эйзенштейна
12. Теорема о неприводимом полиноме над кольцом  $Z$ .
13. Решение кубического уравнения, формула Кардана.
14. Решение уравнения четвёртой степени, метод Феррари.
15. Рациональные корни целочисленных полиномов.
16. Разложение полиномов над полем на неприводимые множители.
17. Неприводимые полиномы над полем  $R$ .
18. Следствия основной теоремы алгебры
19. Полиномы над полем  $C$
20. Полиномы от многих переменных. Лемма о высшем элементе произведения полиномов
21. Симметрические полиномы. Формулы Виета.
22. Леммы о высшем члене симметрического полинома
23. Теорема о представлении симметрического полинома через основные симметрические полиномы.
24. Теорема о значении симметрического полинома на корнях многочлена.
25. Степень полинома от нескольких переменных, свойства
26. Лексикографический порядок в полиномах от нескольких переменных

Типовые практические задания:

1. Найти НОД многочленов и его линейное выражение
2. Пользуясь схемой Горнера, разложить полином  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$
3. Найти НОД и НОК многочленов
4. Найти такие значения  $a$  и  $\beta$ , при которых корень  $x = x_0$  имел бы кратность не ниже чем 2 у заданного многочлена
5. Выразите через основные симметрические многочлены многочлен
6. Найти кратность корня  $x=3$  для многочлена
7. Найти значение симметрического многочлена  $F(x_1, x_2, x_3)$  от корней многочлена  $f(x)$
8. Решить уравнение третьей степени по формулам Кардана
9. Решить уравнение четвертой степени методом Феррари
10. Отделить действительные корни многочлена
11. Найти рациональные корни многочлена

### **Четвертый период контроля**

#### **1. Экзамен**

Вопросы к экзамену:

1. Понятие группы, простейшие свойства, примеры.
2. Определение кольца, свойства, примеры.
3. Определение поля, свойства, примеры.
4. Теорема о числе корней полинома над кольцом целостности.
5. Основная теорема алгебры.
6. Полиномы над полем  $Q$ .
7. Теорема о неприводимом полиноме над кольцом  $Z$ .
8. Наибольший общий делитель полиномов над полем. Алгоритм Евклида.
9. Решение кубического уравнения, формула Кардана.
10. Решение уравнения четвёртой степени, метод Феррари.
11. Рациональные корни целочисленных полиномов.
12. Разложение полиномов над полем на неприводимые множители.
13. Неприводимые полиномы над полем  $R$ .

14. Следствия основной теоремы алгебры
15. Полиномы над полем  $C$
16. Простое расширение поля.
17. Минимальный полином, его свойства.
18. Конечное расширение поля, теорема о конечном составном расширении.
19. Построение конечных полей.
20. Структурная теорема о простом алгебраическом расширении.
21. Освобождение от иррациональности в знаменателе.
22. Составное алгебраическое расширение полей.
23. Алгебраическая замкнутость алгебраического замыкания числового поля.
24. Алгебраические замкнутые поля.
25. Теорема о простоте составного алгебраического расширения.
26. Разрешимость уравнений в радикалах.
27. Необходимые условия разрешимости в квадратных радикалах неприводимого полинома над полем.
28. Критерий разрешимости в квадратных радикалах кубического уравнения над  $R$ .
29. Неразрешимость задачи трисекции угла.
30. Задача квадратуры круга
31. Неразрешимость задачи на построение правильного  $n$ -угольника.
32. Определение кольца и поля, свойства.
33. Задача удвоения куба.
34. Поле комплексных чисел.
35. Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль комплексного числа, свойства.
36. Сопряжение комплексных чисел.
37. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
38. Корни  $n$ -ой степени комплексного числа.
39. Группа корней  $n$ -ой степени из 1. Геометрическая интерпретация
40. Симметрические полиномы. Формулы Виета.

Типовые практические задания:

1. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.
2. Доказать, что а является алгебраическим над  $Q$ . Найти степень и базис поля  $Q(a)$ .
3. Найти ненулевой многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $a + \beta$ , если известны минимальные многочлены алгебраических чисел  $a$  и  $\beta$
4. Найти неприводимый многочлен с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $\beta$ , зависящее от  $a$ , если известен минимальный многочлен  $a$

#### **Пятый период контроля**

##### **1. Курсовая работа**

Примерные темы курсовых работ:

1. Корни из единицы. Круговые поля.
2. Теория Галуа
3. Алгебраические вычисления в системе GAP
4. Целочисленные групповые кольца.
5. Уравнения с двумя переменными над кольцом целых чисел. Уравнение Пелля.
6. Конечные поля
7. Число действительных корней многочлена с действительными коэффициентами
8. Задание группы образующими и определяющими соотношениями.
9. Структура  $p$ -групп малого порядка
10. Линейные группы
11. Группы подстановок
12. Силовские подгруппы
13. Теория представлений. Представление конечных групп малого порядка.

#### **5.3. Примерные критерии оценивания ответа студентов на экзамене (зачете):**

<b>Отметка</b>	<b>Критерии оценивания</b>
"Отлично"	<ul style="list-style-type: none"> <li>-дается комплексная оценка предложенной ситуации</li> <li>-демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять</li> <li>-последовательное, правильное выполнение всех заданий</li> <li>-умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы</li> </ul>

"Хорошо"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- дается комплексная оценка предложенной ситуации</li> <li>- демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять</li> <li>- последовательное, правильное выполнение всех заданий</li> <li>- возможны единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя</li> <li>- умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы</li> </ul>
"Удовлетворительно" ("зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> <li>- затруднения с комплексной оценкой предложенной ситуации</li> <li>- неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя</li> <li>- выполнение заданий при подсказке преподавателя</li> <li>- затруднения в формулировке выводов</li> </ul>
"Неудовлетворительно" ("не зачтено")	<ul style="list-style-type: none"> <li>- неправильная оценка предложенной ситуации</li> <li>- отсутствие теоретического обоснования выполнения заданий</li> </ul>

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1. Лекции**

Лекция - одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой устное, монологическое, систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала с демонстрацией слайдов и фильмов. Работа обучающихся на лекции включает в себя: составление или слежение за планом чтения лекции, написание конспекта лекции, дополнение конспекта рекомендованной литературой.

Требования к конспекту лекций: краткость, схематичность, последовательная фиксация основных положений, выводов, формулировок, обобщений. В конспекте нужно помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Последующая работа над материалом лекции предусматривает проверку терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. В конспекте нужно обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

### **2. Практические**

Практические (семинарские занятия) представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения практических занятий и семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях.

При подготовке к практическому занятию необходимо, ознакомиться с его планом; изучить соответствующие конспекты лекций, главы учебников и методических пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (справочниками, энциклопедиями, словарями). К наиболее важным и сложным вопросам темы рекомендуется составлять конспекты ответов. Следует готовить все вопросы соответствующего занятия: необходимо уметь давать определения основным понятиям, знать основные положения теории, правила и формулы, предложенные для запоминания к каждой теме.

В ходе практического занятия надо давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов, доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

### **3. Экзамен**

Экзамен преследует цель оценить работу обучающегося за определенный курс: полученные теоретические знания, их прочность, развитие логического и творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умения анализировать и синтезировать полученные знания и применять их для решения практических задач.

Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, утвержденным заведующим кафедрой. Экзаменационный билет включает в себя два вопроса и задачи. Формулировка вопросов совпадает с формулировкой перечня вопросов, доведенного до сведения обучающихся не позднее чем за один месяц до экзаменационной сессии.

В процессе подготовки к экзамену организована предэкзаменационная консультация для всех учебных групп.

При любой форме проведения экзаменов по билетам экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы, задачи и примеры по программе данной дисциплины. Дополнительные вопросы, также как и основные вопросы билета, требуют развернутого ответа.

Результат экзамена выражается оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».

### **4. Дифференцированный зачет**

Цель дифференцированного зачета – проверка и оценка уровня полученных студентом специальных знаний по учебной дисциплине и соответствующих им умений и навыков, а также умения логически мыслить, аргументировать избранную научную позицию, реагировать на дополнительные вопросы, ориентироваться в массиве информации.

Подготовка к зачету начинается с первого занятия по дисциплине, на котором обучающиеся получают предварительный перечень вопросов к зачету и список рекомендуемой литературы, их ставят в известность относительно критериев выставления зачета и специфике текущей и итоговой аттестации. С самого начала желательно планомерно осваивать материал, руководствуясь перечнем вопросов к зачету и списком рекомендуемой литературы, а также путем самостоятельного конспектирования материалов занятий и результатов самостоятельного изучения учебных вопросов.

Результат дифференцированного зачета выражается оценкой «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».

### **5. Курсовая работа**

Курсовая работа — студенческое научное исследование по одной из базовых дисциплин учебного плана либо специальности, важный этап в подготовке к написанию выпускной квалификационной работы. Темы работ предлагаются и утверждаются кафедрой. Студент может предложить тему самостоятельно, однако она не должна выходить за рамки учебного плана. На 1-2 курсах данная работа носит скорее реферативный характер, на старших – исследовательский. Работа обычно состоит из теоретической части (последовательное изложение подходов, мнений, сложившихся в науке по избранному вопросу) и аналитической (анализ проблемы на примере конкретной ситуации (на примере группы людей, организации). Объем курсовой работы составляет 20-60 страниц. По завершению работы над курсовой, студенты защищают ее публично перед своими однокурсниками и преподавателями.

Этапы выполнения курсовой работы:

1. выбор темы и ее согласование с научным руководителем;
2. сбор материалов, необходимых для выполнения курсовой работы;
3. разработка плана курсовой работы и его утверждение научным руководителем;
4. систематизация и обработка отобранного материала по каждому из разделов работы или проблеме с применением современных методов;
5. формулирование выводов и обсуждение их с научным руководителем;
6. написание работы согласно требованиям стандарта и методическим указаниям к ее выполнению (введение, главы основной части, заключение, приложения, список литературы).

При оформлении курсовой работы следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

### **6. Доклад/сообщение**

Доклад – развернутое устное (возможен письменный вариант) сообщение по определенной теме, сделанное публично, в котором обобщается информация из одного или нескольких источников, представляется и обосновывается отношение к описываемой теме.

Основные этапы подготовки доклада:

1. четко сформулировать тему;
2. изучить и подобрать литературу, рекомендуемую по теме, выделив три источника библиографической информации:
  - первичные (статьи, диссертации, монографии и т. д.);
  - вторичные (библиография, реферативные журналы, сигнальная информация, планы, граф-схемы, предметные указатели и т. д.);
  - третичные (обзоры, компилятивные работы, справочные книги и т. д.);
3. написать план, который полностью согласуется с выбранной темой и логично раскрывает ее;
4. написать доклад, соблюдая следующие требования:
  - структура доклада должна включать краткое введение, обосновывающее актуальность проблемы; основной текст; заключение с краткими выводами по исследуемой проблеме; список использованной литературы;
  - в содержании доклада общие положения надо подкрепить и пояснить конкретными примерами; не пересказывать отдельные главы учебника или учебного пособия, а изложить собственные соображения по существу рассматриваемых вопросов, внести свои предложения;
5. оформить работу в соответствии с требованиями.

## **7. Контрольная работа по разделу/теме**

Контрольная работа выполняется с целью проверки знаний и умений, полученных студентом в ходе лекционных и практических занятий и самостоятельного изучения дисциплины. Написание контрольной работы призвано установить степень усвоения студентами учебного материала раздела/темы и формирования соответствующих компетенций.

Подготовку к контрольной работе следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данному разделу/теме и конспектов лекций.

Контрольная работа выполняется студентом в срок, установленный преподавателем в письменном (печатном или рукописном) виде. При оформлении контрольной работы следует придерживаться рекомендаций, представленных в документе «Регламент оформления письменных работ».

## **8. Задача**

Задачи позволяют оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей.

Алгоритм решения задач:

1. Внимательно прочтите условие задания и уясните основной вопрос, представьте процессы и явления, описанные в условии.
2. Повторно прочтите условие для того, чтобы чётко представить основной вопрос, проблему, цель решения, заданные величины, опираясь на которые можно вести поиск решения.
3. Произведите краткую запись условия задания.
4. Если необходимо, составьте таблицу, схему, рисунок или чертёж.
5. Установите связь между искомыми величинами и данными; определите метод решения задания, составьте план решения.
6. Выполните план решения, обосновывая каждое действие.
7. Проверьте правильность решения задания.
8. Произведите оценку реальности полученного решения.
9. Запишите ответ.

## **9. Коллоквиум**

Коллоквиум - вид учебно-теоретических занятий, представляющий собой групповое обсуждение под руководством преподавателя достаточно широкого круга проблем, например, относительно самостоятельного большого раздела лекционного курса.

Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке: преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников; студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

1. Дифференцированное обучение (технология уровневой дифференциации)
2. Проектные технологии
3. Цифровые технологии обучения

## **8. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ**

1. компьютерный класс – аудитория для самостоятельной работы
2. учебная аудитория для лекционных занятий
3. учебная аудитория для семинарских, практических занятий
4. Лицензионное программное обеспечение:
  - Операционная система Windows 10
  - Microsoft Office Professional Plus
  - Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition
  - Справочная правовая система Консультант плюс
  - 7-zip
  - Adobe Acrobat Reader DC
  - Интернет-браузер